

Kombination von ‘Wissen’ und ‘Glauben’ in einer Epistemischen Logik

Um die logischen Prinzipien von Wissen und Glauben zu kombinieren, müssen nicht allein entsprechende Axiome zusammengeführt werden (Logikfusion), sondern die entsprechenden Begriffe müssen auch in eine Beziehung gesetzt werden (Logikintegration). In der epistemischen Logik sollte Wissen Glauben einschließen ($W_i\varphi \supset G_i\varphi$). Axiome, welche die Stärke des Glaubens ausdrücken (etwa, $G_i\varphi \supset G_iW_i\varphi$) und eine Definition des Wissens als wahrer Glaube sind mit Negativer Introspektion ($\neg W_i\varphi \supset W_i\neg W_i\varphi$) inkompatibel. Damit verbinden sich epistemologische Debatten, ebenso mit der Annahme subjektiver Unfehlbarkeit bezüglich des eigenen Glaubens (etwa, $G_iG_i\varphi \supset G_i\varphi$).

In der Semantik muss entweder zwischen zwei Relationen der epistemischen Alternativität (einmal für Wissen, einmal für Glauben) unterschieden werden, wobei die des Glaubens eine Teilmenge der des Wissens sein muss, oder mittels der Auszeichnung der aktuellen Welt wird Wissen als wahrer Glaube bewertet. Dann muss auch ein Aktualitätsoperator eingeführt werden. Wissen kann man nur, was aktual der Fall ist.

Im Sinne der Kontroverse um die starken Idealisierungen logischen Wissens könnte man die entsprechende Regel ($\vdash\varphi \rightarrow \vdash C\varphi$) aufgeben und mit individuellen Wissensannahmen bezüglich logischer Wahrheiten sowie Epistemischer Abtrennung modellieren. Ebenfalls im Sinne der Kontroverse um die starke Idealisierung der Konsistenz des Geglaubten könnte man das entsprechende Axiom ($\neg G_i\perp$) aufgeben. Nur für einen Dialetheismus ist es erforderlich, die Konsistenz der aktuellen Welt ($A\varphi \supset \neg A\neg\varphi$) aufzugeben, und damit die des Wissens.

Die Syntax wird auf die übliche Weise eingeführt, die folgenden Listen sind redundant.

Operatoren

- (i) W – Wissen
- (ii) G – Glauben
- (iii) M – Für-möglicherweise-wahr-Halten
- (iv) C – Wechselseitiges Wissen
- (v) E – Kollektives Wissen
- (vi) D – Wechselseitiges Glauben
- (vii) F – Kollektiver Glaube
- (viii) A – Aktualität

Definitionen

1. $W_i\varphi \stackrel{\text{def}}{=} G_i\varphi \wedge A\varphi$
2. $M_i\varphi \stackrel{\text{def}}{=} \neg G_i\neg\varphi$
3. $E\varphi \stackrel{\text{def}}{=} \bigwedge_{i \in A} W_i\varphi$ [für die Menge der Akteure A in einem Modell]
4. $F\varphi \stackrel{\text{def}}{=} \bigwedge_{i \in A} G_i\varphi$ [für die Menge der Akteure A in einem Modell]

Axiomenschemata und Regeln

1. $\vdash_{PC} \varphi \rightarrow \vdash \varphi$	[Einschluss der Aussagenlogik]
2. $\varphi, \varphi \supset \psi \rightarrow \psi$	[Modus Ponens]
3. $C(\varphi \supset \psi) \supset (C\varphi \supset C\psi)$	[K-Axiom, Epistemische Abtrennung für „C“]
4. $G_i(\varphi \supset \psi) \supset (G_i\varphi \supset G_i\psi)$	[K-Axiom, Epistemische Abtrennung für „G“]
5. $D(\varphi \supset \psi) \supset (D\varphi \supset D\psi)$	[K-Axiom, Epistemische Abtrennung für „D“]
6. $\neg G_i \perp$	[Konsistenz des Glaubens]
7. $G_i G_i \varphi \supset G_i \varphi$	[Subjektive Unfehlbarkeit bzgl. Glauben]
8. $G_i \neg G_i \varphi \supset \neg G_i \varphi$	[Subjektive Unfehlbarkeit bzgl. Nichtglauben]
9. $G_i \varphi \supset G_i W_i \varphi$	[Vertrauen in das eigene Glauben]
10. $\vdash \varphi \rightarrow \vdash C\varphi$	[wechselseitige Logische Allwissenheit]
11. $C\varphi \supset D\varphi$	[Wissen enthält immer Glauben]
12. $C\varphi \supset W_i \varphi$	[Wechselseitiges Wissen ist auch individuelles]
13. $D\varphi \supset F\varphi$	[Wechselseitiger Glaube ist kollektiver]
14. $A\varphi \supset \varphi$	[Aktualität]
15. $A\neg\varphi \supset \neg A\varphi$	[Konsistenz der aktuellen Welt]
16. $A(\varphi \wedge \psi) \supset A\varphi \wedge A\psi$	[Konjunktion des Aktualen]
17. $C\varphi \supset W_i C\varphi$	[Positive Introspektion bezüglich „C“]
18. $G_i \varphi \supset W_i G_i \varphi$	[Positive Introspektion bezüglich „G“]
19. $D\varphi \supset F D\varphi$	[Kollektive Introspektion bezüglich „D“]
20. $C(\varphi \supset E\varphi) \supset (\varphi \supset C\varphi)$	[„Induktion“ Wechselseitigen Wissens]
21. $D(\varphi \supset F\varphi) \supset (F\varphi \supset D\varphi)$	[„Induktion“ Wechselseitigen Glaubens]

Theoremschemata und abgeleitete Regeln

- | | |
|---|---|
| 1. $W_i\phi \supset A\phi$ | [Aktualität des Gewussten] |
| 2. $W_i\phi \supset \phi$ | [T-Axiom, Veritativität] |
| 3. $\neg\phi \supset \neg W_i\phi$ | [Wissen ist weltkompatibel] |
| 4. $W_i\phi \supset G_i\phi$ | [Wissen involviert Glauben] |
| 5. $W_i\phi \supset \neg W_i\neg\phi$ | [Konsistenz des Gewussten] |
| 6. $G_i\phi, \vdash \phi \supset \psi \rightarrow G_i\psi$ | [Logischer Abschluss] |
| 7. $W_i\neg\phi \supset \neg G_i\phi$ | [Konsistenzvariante] |
| 8. $W_i\phi \supset W_iW_i\phi$ | [S4-Axiom, Positive Introspektion für Wissen] |
| 9. $W_i(\phi \supset \psi) \supset (W_i\phi \supset W_i\psi)$ | [K-Axiom, Epistemische Abtrennung für „W“] |
| 10. $D\phi \equiv DD\phi$ | [Leere Iteration Wechselseitigen Glaubens] |
| 11. $G_i(\phi \wedge \psi) \equiv G_i\phi \wedge G_i\psi$ | [Konjunktiver Abschluss] |
| 12. $G_i\phi \supset G_i(\phi \vee \psi)$ | [Abschwächung des Geglaubten] |
| 13. $C\phi \supset EC\phi$ | [Leere Iteration Wechselseitigen Wissens] |
| 14. $C\phi \supset E\phi$ | [Wechselseitiges Wissen ist auch kollektives] |
| 15. $C\phi \supset \phi$ | [Wechselseitiges Wissen ist veritativ] |
| 16. $\phi \wedge W_i(\phi \supset W_i\phi) \supset W_i\phi$ | [Zuverlässiggewusstes Wissen] |
| 17. $W_iW_j\phi \supset W_i\phi$ | [Attribution von Wissen] |
| 18. $\neg G_i(\phi \wedge \neg G_i\phi)$ | [Anti-Mooresches Glauben] |

usw.