

Modales Natürliches Schließen

Manuel Bremer

2007

INHALT

1. Vorbemerkung	7
2. Ein modaler aussagenlogischer Kalkül des Natürlichen Schließens	11
3. Ein modaler prädikatenlogischer Kalkül des Natürlichen Schließens	31
4. Die Einbeziehung deontischer Modalitäten	61
5. Ausblick: Was wäre ein Kalkül der Handlungslogik?	77
6. Literaturverzeichnis	111

1

VORBEMERKUNG

Die folgende Arbeit stellt einen modallogischen Kalkül vor (d.h. einen Kalkül für die Ausdrücke „notwendig“ – formal oft als Box „ \Box “ dargestellt – und „möglich“ – formal oft als Diamant „ \Diamond “ dargestellt).

Sie richtet sich an ein Publikum, das rudimentäre Kenntnisse der elementaren Prädikatenlogik hat und vielleicht etwas von Modallogik gehört hat. Das meiste wird bei Besitz dieser Vorkenntnisse verständlich sein. Insbesondere in Kapitel zwei werden aber auch die meisten Theoreme und Regeln umgangssprachlich erläutert. Ein paar Umstände (wie das Wissen um den Unterschied von **S4** und **S5** Systemen) werden vorausgesetzt, sind für Quereinsteiger aber nicht verständnisnotwendig.

Erreicht werden soll ein Kalkül, der große Ausdrucksstärke (d.h. u.a. das Handhaben von Kennzeichnungen) ermöglicht, und dennoch die Vorzüge des Natürlichen Schließens (nämlich die Berücksichtigung beliebiger Annahmen) gegenüber rein axiomatischen Kalkülen teilt.

Grundlage für die modallogischen Erweiterungen ist die elementare Logik in ihrer Standardform (d.h. die zweiwertige Aussagenlogik und die zweiwertige Prädikatenlogik Erster Stufe). Nicht-Standardlogiken werden hier nicht betrachtet, da es „nur“ um die Neuerungen zu tun ist, die mit den modallogischen Begriffen einhergehen. Fragen von Mehrwertigkeit oder Relevanz (im Sinne relevanter oder parakonsistenter Modallogiken) spielen in diesem einführenden Text keine Rolle.

Beim reinen Natürlichen Schließen werden keine Axiome (d.h. als logisch wahr festgesetzte Aussagen) verwendet. Die deduktive Stärke eines modalen **S5**-Kalküls muss sich also in bestimmten Ableitungsregeln wiederfinden, wie wir von bestimmten Annahmen zu weiteren Aussagen als deren Konsequenzen übergehen können. Die Annahmen, die der Kalkül bezüglich der modalen Begriffe macht, müssen sich in diesen Regeln finden.

Dabei ist zu beachten, dass Regeln im Natürlichen Schließen zunächst und zumeist auf Annahmen angewendet werden (d.h. kontingente Aussagen, die als wahr angenommen werden). Erst wenn wir schon einige Aussagen

als logisch wahr bewiesen haben, mögen auch sie der Input für Regelanwendungen sein. Die für die Modallogik kennzeichnende Regel der *Necessitation* (die Regel, dass dasjenige, was wir *bewiesen* haben, als „notwendig“ bezeichnet werden kann) darf allerdings nicht auf Annahmen angewendet werden. In axiomatischen Kalkülen besagt diese Regel

$$(N) \vdash \alpha \rightarrow \vdash \Box \alpha$$

D.h.: Wenn α (eine beliebige Aussage) ein Theorem ist (d.h. bewiesen werden kann), dann können wir an diesen Beweis eine Zeile anhängen, in der wir α als notwendig behaupten. Da Theoreme logische Wahrheiten sind, ist diese Regel ungefährlich, sie führt nicht zu absurden Konsequenzen. Im Natürlichen Schließen kommen in den Ableitungen aber auch Annahmen vor (d.h. Aussagen, die nicht logisch wahr sind). (N) kann dann für beliebige Ableitungszeilen keine Ableitungsregel sein, da sich ansonsten „ $p \supset \Box p$ “ ergäbe, was mit der Forderungen „ $\Box p \supset p$ “ an den Notwendigkeitsbegriff (dass alles, was notwendig wahr ist, natürlich auch wahr ist), die in axiomatischen Systemen ab der Stärke **T** oft als Axiom auftaucht, zum Zusammenfallen des Wahrheits- und Notwendigkeitsbegriffs führen würde. Es bedarf also ähnlicher Restriktionen der aus axiomatischen Systemen bekannten Regeln wie der Universellen Generalisierung (als Regel der axiomatischen Prädikatenlogik) im prädikatenlogischen Natürlichen Schließen.

Im zweiten Kapitel wird ein aussagenlogischer Kalkül des natürlichen Schließens formuliert. Er basiert in seinen modalen Regeln auf Cantys Kalkül **F** von der Stärke **S4** (Canty 1964). Die Herangehensweise an den Aufbau von Ableitungen und Regeln orientiert sich an (Essler/Martinez 1991). Da der Kalkül die Stärke von **S5** hat, sei er „NDPS5“ (*Natural Deductive Propositional S5*) genannt.

In diesem Kapitel werden auch die Grundgedanken der hier entwickelten mögliche Welten Semantik vorgestellt. Mögliche Welten werden hier nicht – wie bei (Hughes/Cresswell 1990) – vorausgesetzt als undefinierte Menge von Indizes oder – wie von (Lewis 1994) – als wirkliche parallel Welten behauptet. Stattdessen handelt es sich um Welten gemäß eines sogenannten *linguistic ersatzism*: Mögliche Welten werden als Aussagenmengen konstruiert. Sie *beschreiben*, was der Fall sein könnte. Im Allgemeinen kann man die hier verfolgte semantische Strategie so kennzeichnen: Die hier entwickelten Modalbegriffe sind relativ schwach im Gegensatz zu anderen Modalsemantiken, dafür aber ontologisch sparsam. Dies zeigt sich insbesondere im dritten Kapitel. Ich bezweifle, dass wir eine stärkere Modallogik benötigen.

Im dritten Kapitel soll der Kalkül **NDPS5** prädikatenlogisch erweitert werden.¹ Mit der modalen Prädikatenlogik verbinden sich indessen eine Reihe schwieriger philosophischer Fragen. Denn nun können wir auch fragen, ob es einen bestimmten Gegenstand überhaupt geben kann, ob eine Identifizierung nur zufällig oder notwendig ist – usw. Existieren in allen Welten dieselben Gegenstände? Wenn nein, worauf beziehen sich dann Ausdrücke, die in einer bestimmten möglichen Welt nicht referieren? *Gibt es *possibilia** (d.h. mögliche Gegenstände)? Was sollten das für „Dinge“ sein? Brauchen wir einen Existenzprädikator? Dieser könnte dann von einigen *possibilia* sagen, dass es sie gibt. Und ist die Identität eine notwendige oder eine kontingente Relation?

Diese Fragen sollen hier nicht ausführlich philosophisch diskutiert werden. Doch sollen einige Antworten, die hier durch die Annahme bestimmter Regeln und eine entsprechende Semantik gegeben werden, zumindest etwas motiviert werden. Ausführlicher werden deshalb die Fragen des Existenzprädikators und der Kennzeichnung behandelt. Eine Bekanntheit mit Kripkes geläufiger These der starren Designation (Kripke 1976, 1980) wird dagegen vorausgesetzt.

Im vierten Kapitel wird auf einen Bereich der Logik eingegangen, der auch zur Modallogik im weiteren Sinne gehört: die Logik deontischer Modalitäten bzw. die Deontische Logik. Der Zusammenhang ist indessen nicht einer der bloßen Benennung. Vielmehr gibt es seit (Anderson 1958) Vorschläge, die deontischen Modalitäten auf die alethischen Modalitäten (nämlich „notwendig“ und „möglich“) zu reduzieren. Dieser Weg wird auch hier besprochen. Doch muss dazu geklärt werden, wovon die Deontische Logik eigentlich handelt. Sind Normen nämlich nicht etwas völlig anderes als Aussagen? Sind Normen aber nicht wahr oder falsch, wir soll dann eine Logik von ihnen möglich sein? Aussagen über Normen wären ja nichts gegenüber der Aussagenlogik neues. Und wenn wir behaupten, dass die Deontische Logik eine Logik der Normen ist, wie können wir sie dann auf die Modallogik als eine Logik der Aussagen reduzieren, ohne einen massiven naturalistischen Fehlschluss (der Zurückführung von Sollenssätzen auf Sätze über Gegebenes) zu begehen? Davon handelt eben Kapitel vier.

1 Da es sich um eine Erweiterung handelt, werden die Grundregeln, die Bedingungen an den Aufbau von Ableitungen, die abgeleiteten Regeln und die Theoreme weiter durchnummeriert, ohne dass bei jeder Erweiterung das Material von **NDPS5** (wie eine Liste der Grundregeln) noch einmal aufgeführt wird. Dafür wird auf die entsprechenden Paragraphen verwiesen. Klauseln in der Semantik werden auch nur dann explizit reformuliert, wenn die Änderungen in der Modellstruktur (wie das Hinzunehmen eines Individuenbereichs) die jeweilige Regel betreffen (so ändert sich z.B. die Regel für den Notwendigkeitsoperator nicht dadurch, dass in einem prädikatenlogisch Modell ein Individuenbereich aufzunehmen ist).

Gelingt es einen Kalkül zu präsentieren, der zugleich einen Begriff der Möglichkeit und Begriffe davon, was getan werden sollte oder getan werden darf, enthält, nähern wir uns langsam dem praktischen Rasonieren. Im praktischen Rasonieren fragen wir uns angesichts einer Situation, über die wir Meinungen haben, angesichts Meinungen darüber, was wir könnten (also modalen Meinungen), und angesichts von dem was wir wollen und dem was wir sollen (also Normen), was wir tun sollten oder wollen müssten. Im letzten Kapitel wird deshalb in Form eines Ausblicks danach gefragt, wie ein Kalkül einer solchen Handlungsrationaltät aussehen müsste oder wo er anzusetzen hätte.

Die Unterschiede zur ersten Fassung dieser Arbeit betreffen zum einen die Darstellung (in der Verwendung gängiger Symbolismen). Zum anderen wurden zumindest einiger der vorher vorliegenden Unklarheiten (z.B. in der Darstellung der Korrespondenz zwischen maximal konsistenten Mengen und den möglichen Welten des hier verfolgten *linguistic ersatzism*) und einiger der vorher vorliegenden Fehler (z.B. in der lückenhaften Formulierung der Bedingung an die Substitution in modale Kontexte) berichtigt.