

EPISTEMISCHE LOGIK GRUNDLAGEN

Einführung

Manuel Bremer

University of Düsseldorf, Germany
www.mbp.de

Formale Erkenntnistheorie

Eine Weise, Epistemische Logik zu betreiben, besteht darin,

- traditionelle erkenntnistheoretische Fragen formalisiert zu behandeln
- erkenntnistheoretische Fragen zu behandeln, die sich formalisiert eher klar behandeln lassen, als dies in der Tradition möglich war

Als Methodik bietet sich eine um epistemische Ausdrücke erweiterte elementare Logik (PL1) an.

Epistemische Modallogik

Epistemische Modallogik erläutert grundlegende Begriffe der Erkenntnistheorie (wie ‚Wissen‘ und ‚Meinen‘), indem axiomatische Theorien für diese aufgestellt werden.

- Diese Theorien sind i.d.R. partielle Theorien.
- Die Modellierung erfolgt als Modallogik, indem von vorneherein eine Mögliche Welten Semantik als Grundlage gewählt wurde.

Epistemische Logik im Allgemeinen

Die beiden Ansätze schließen sich natürlich nicht aus.

- Zum einen können sie für unterschiedliche Fragestellungen eingesetzt werden (s.u.).
- Man mag eine umfassende Behandlung anstreben, ohne ein einheitliches, umfassendes formales System zu entwerfen,
- eine umfassende Behandlung wird auch Aspekte der Erkenntnistheorie einschließen müssen, die in diesen beiden Ansätze zunächst keine Rolle spielen (etwa die Dynamik von Meinensänderung [„Belief Revision“]).

Weitere Aspekte Epistemischer Logik

- Zur formalen Erkenntnistheorie und epistemischen Modallogik im fortgeschrittenen Sinne gehören auch Fragen der kollektiven/sozialen Erkenntnistheorie (z.B. die Klärung und wechselseitige Abgrenzung der Begriffe ‚kollektives Wissen‘ und ‚geteiltes Wissen‘)
- Im Kontext der theoretischen Informatik und KI wird epistemische Logik eingesetzt zur Modellierung von Systemen der Wissensrepräsentation und entsprechenden Korrektheitsanforderungen.

Epistemische Logik

Die Epistemische Logik als ganze wird also mehrere Bereiche umfassen:

- Aspekte einer formalen Erkenntnistheorie (*)
- Aspekte einer epistemischen Modallogik (*)
- Aspekte einer Logik epistemischer Dynamiken
- Aspekte kollektiver Epistemologie (*)
- Aspekte korrekter maschineller Wissensverarbeitung

Formale Bausteine

Benutzt werden die üblichen Zeichen einer PL1
($\forall, \exists, \neg, \perp, \wedge, \vee, \supset, =, \exists!, \iota, \vdash$, etc.), plus:

- Elementsein: \in , Modaloperatoren: \square, \diamond
- propositionale Quantifikation: $\forall p, \exists q, p_1, p_2 \dots$
für Propositionen/Sätze $p_1, p_2 \dots, q_1, q_2 \dots$
- einiger dieser Propositionen sind Wahrheiten: t, t_1, t_2
- Fragen: $f, f_1, f_2 \dots$ Zwischen Fragen und Sätzen
kann die Beziehung bestehen: $\text{beantwortet}(f,p)$.

- Individuenterme/-variablen für epistemische Subjekte: $a, b, a_1, b_1 \dots$, sowie c (falls Konstante nötig, ansonsten kann man Terme als quantifiziert ansehen)
Ein epistemisches Subjekt für sich (d.h. ‚ich‘): i
- andere Individuenvariablen: $x, y, z, x_1 \dots, y_1 \dots$
- andere Individuenkonstanten: $u, v, u_1 \dots, v_1 \dots$
- in der Semantik: mögliche Welten $w, w_1, w_2, w_3 \dots$
- (weitere) Konditionale: $\rightarrow, \Box \rightarrow, \rightarrow$
- metasprachliche Regeln: \Rightarrow

- Ausdrücke für epistemische Einstellungen/Zustände:

W – Wissen, z.B. „ $W_i p$ “: ich weiß, dass p

Subskripte beziehen sich auf das Subjekt des epistemischen Zustandes

G – Glauben (im Sinne von Für-wahr-Halten)

Ü – Überzeugtsein (Meinen mit subjektiver Gewissheit, z.B. wie wissen, dass man Hände hat)

M – für möglicherweise wahr halten (Gegenteil ist für einen selbst nicht ausgeschlossen)

- übliche Bezeichnungen für Regeln werden verwendet (etwa $\forall E$, $\forall B$, $\wedge E$, $\wedge B$ etc.).
- „AL“ drückt eine nicht weiter spezifizierte Anwendung der Aussagenlogik aus, entsprechend „PL“. „Df.“ betrifft Anwendungen von Definitionen.
- im Kontext von \vdash sind Individuen- aber nicht immer propositionale Variablen als allquantifiziert anzusehen. Wo der Kontext dies nicht deutlich macht, wird darauf hingewiesen. „ $\vdash p$ “ heißt also nicht, dass alles ein Theorem ist.
- Prädikatausdrücke „ $F()$ “, „ $F_2()$ “ isoliert stehen für Mengen: $F_1, F_2 \dots$
(Gruppen von Subjekten sind auch Mengen.)

- das Subskript „d“ steht für „distributiv“, „k“ für „kollektiv“, „a“ für „aggregiert“ in einem Gruppenkontext

Ontologische Neutralität

- In der logischen Modellierung werden oft Entitäten in Anschlag gebracht, deren Status problematisch ist, z.B. Propositionen und mögliche Welten.
- Insofern verschiedene, konkurrierende Modellierung und Theorien diese Entitäten benutzen, dreht sich die Debatte in der Epistemischen Logik nicht um den Status dieser Entitäten. Sie können benutzt werden.
- Eine ontologische Kritik findet ihren Platz in einer ontologischen Debatte. Diese Debatten kann man jedoch oft auseinanderhalten.

- Trotzdem kann es als Vorteil einer logischen Modellierung verbucht werden, wenn sie ohne entsprechende Entitäten auskommt (etwa ‚Ersatzism‘)
- Propositionen können als Satzgehalte aufgefasst werden, oder direkt als zeitlose Sätze selbst. [Solange es um endliche Subjekte geht, spielen Fragen überabzählbar vieler Propositionen vs. abzählbar vieler Sätze keine Rolle.]
- Im Kontext epistemischer Modallogik sollten Propositionen nicht als Mengen möglicher Welten aufgefasst werden. Mögliche Welten sind entweder *sui generis* oder als Satzmengen aufzufassen.

Beispiele: Formalisierte Erkenntnistheorie

- Betrachtet werden oft einzelne Sätze, um ihre Wahrheitsbedingungen zu prüfen bzw. zu fragen, ob es sich um ein erkenntnistheoretisches Prinzip handelt.
- $(\forall p)(\exists a)W_{ap}$ – gibt es für jede Proposition ein epistemisches Subjekt, das sie weiß?
- $(\forall a)(\exists t)\neg W_{at}$ – gibt es für jedes epistemische Subjekt eine Wahrheit, die es nicht kennt?

Beide Sätze werfen Schwierigkeiten auf. Insbesondere stellt sich – des Öfteren – die Frage, ob man sich nicht sinnvollerweise bei den epistemischen Subjekten auf menschliche Personen (nicht Götter, Tiere, Automaten ...) beschränken sollte. Dies sei im Weiteren so.

- $(\forall p)(\exists a)W_{ap}$ ist schon deswegen falsch, weil viele Propositionen/Sätze einfach nicht wahr sind!
- $(\forall a)(\exists t)\neg W_{at}$ scheint für Gott falsch, aber scheint naheliegend für endliche Subjekte.

Beispiele Epistemische Modallogik

In der epistemischen Modallogik wird i.d.R. von propositionaler Quantifikation und der Unterscheidung einzelner Subjekte abgesehen. Gesucht werden Definitionen und Axiome, etwa

- $Wp \stackrel{\text{def}}{=} p \wedge Gp$ – ist Wissen wahre Meinung?
- $Wp \supset WWp$ – wenn man weiß, weiß man dann, dass man weiß? („Positive Introspektion“)
- $\neg \ddot{U}p \supset M\neg p$ – wenn man von etwa nicht überzeugt ist, so hält man sein Gegenteil für möglicherweise wahr?

Alle diese Beispiele sind umstritten:

- Beinhaltet Wissen nicht auch ein Begründenkönnen?
- Wie wird „W“ interpretiert, als Disposition oder als Akt (d.h. dispositionales Wissen oder als sich ereignender Vollzug), je nachdem wird man Prinzipien der Introspektion beurteilen.
- Wovon man nicht überzeugt ist, wird man für möglicherweise falsch halten, aber vielleicht nicht in jedem Fall – und was ist mit Gehalten, von denen man deswegen nicht überzeugt ist, weil man noch nie an sie gedacht hat?

Vereinheitlichung der Schreibweise

Im Sinne einer allgemeinen Epistemischen Logik und um der Einheitlichkeit des Ausdrucks willen werden hier auch die Formeln der Epistemischen Modallogik im Format der Formalisierten Erkenntnistheorie ausgedrückt, also:

- $W_a p \stackrel{\text{def}}{=} p \wedge G_a p$
- $W_a p \supset W_a W_a p$, d.h. $(\forall a)(W_a p \supset W_a W_a p)$
- $\neg \ddot{U}_a p \supset \neg G_a \neg p$, d.h. $(\forall a)(\neg \ddot{U}_a p \supset \neg G_a \neg p)$

[Nebenbei: $G_a \diamond p \equiv M_a p$? – das hängt von modalsemantischen Annahmen ab! Wie verhalten sich die Operatoren zueinander?]

Cognitive Carpentry

- Der Fokus liegt auf einer erkenntnistheoretischen Fundierung und dem Entdecken entsprechender Prinzipien – *nicht* bloß auf dem vorstellen irgendwelcher formaler Systeme (mit mehr oder weniger künstlichen Semantiken und entsprechenden Adäquatheitsbeweisen).
- Pollock nennt dieses Vorgehen (in einem Kontext einer formalen Theorie des induktiven Schließen und der Künstlichen Intelligenz) ‚Cognitive Carpentry‘: Prinzipien werden schrittweise benannt und gerechtfertigt ohne Vollständigkeitsanspruch.

Grade der epistemischen Festlegung

- Unterschiedlichen Grade epistemischer Festlegung lassen sich im Folgenden unterscheiden:

M_{ap} – etwa für möglicherweise wahr halten (evtl. sehr unsicher, aber zumindest so gemeint)

G_{ap} – etwas für wahr halten (eher als das Gegenteil)

\ddot{U}_{ap} – von etwas völlig überzeugt sein ($\approx \ddot{U}_a W_{ap}$)

$\vdash p$ – etwas ist eine These des vorliegenden Systems (s.u.), eine Art von systemrelativer Behauptung

$\vdash \forall a W_{ap}$ – alle wissen es (ohne Ausnahme)

Themen

2. Basale Prinzipien
3. Opazität
4. Meta-Wissen
5. Für-möglich-Halten
6. Kollektives Wissen
7. Unwissbarkeit
8. Endliches Wissen
9. Mögliche-Welten-Semantik
- ...

Texte zu den ‚Grundlagen‘ der Epistemischen Logik:

- Nicholas Rescher. *Epistemic Logic* (Pittsburgh, 2005)
- Jaakko Hintikka. *Knowledge and Belief* (Cornell, 1962)
- Wolfgang Lengen. *Glauben, Wissen und Wahrscheinlichkeit*. (Wien/New York, 1980)

1. Die Texte (insbesondere Rescher und Hintikka) benutzen eine Notation, die sich voneinander und von den heute verbreiteteren Symbolismen unterscheidet, hier wird deshalb eine vereinheitlichende Symbolisierung vorgenommen.

2. Außerdem enthalten sie eine Reihe epistemologischer Thesen und logischer Postulate, die hier nicht geteilt werden. Hier wird deshalb eine rein systematische Einführung gegeben.